AMAR
Boudissa

جامعة المسيلة - كلية العلوم
قسم الفيزياء

$\mu m = 10^{-6} m$
$1 m = 10^{10} A$
$\mu m = 10^{4} A$

سلسلة 01

## التمرين الأول

نقترح دراسة بعض خصائص المونيوم (MOUNIUM) ، والذي هو شبيه بذرة الهيدروجين، و من أجل الحصول على المونيوم نستبدل بروتون ذرة الهيدروجين بجسيمة ذات شحنة (e+)، وكتلة $m_\mu = 207 m_e$.

1. أحسب ثابت **Rydberg** للمونيوم.
2. أحسب نصف قطر المدار الأول لبور، وكذلك السرعة، واستنتج زمن الطواف.
3. أحسب الأطوال الموجية للخطوط الواقعة في المنطقة المرئية من سلسلة بالمر **(série de Balmer)**.

## التمرين الثاني

الميزون $(\pi^{-1})$ جسيمة ذات كتلة تقدر بـ $(m_{\pi^{-1}} = 273 m_e)$، وشحنة مساوية إلى شحنة الإلكترون (e-) .
ليكن نظام مرتبط يتركب من ميزون $(\pi^{-1})$ و بروتون ، ونريد تحديد بعض الخواص لهذه الجملة المسماة **(atome pionique)** ، حيث نعتبر أن كتلة البروتون أكبر بكثير من كتلة الميزون $(\pi^{-1})$ ، فأحسب في هذه الحالة مايلي:

1. ثابت **Rydberg** لهذه الجملة
2. نصف قطر المدار الأول لبور وكذلك سرعة الميزون $(\pi^{-1})$ في هذا المدار.
3. ماهي قيمة العدد الكوانتي (n) الذي من أجله يكون نصف قطر المدار الأول لبور للميزون $(\pi^{-1})$ مساويا إلى الذي في ذرة الهيدروجين.
4. ماهي طاقة الجملة في الحالة الأساسية (n=1) .
5. ماهو الطول الموجي للإشعاع القادر على تأيين الجملة إنطلاقا من الحالة الأساسية.
6. أعط الطول الموجي $(\lambda_{12})$ القادر على نقل الميزون $(\pi^{-1})$ من الحالة $(n_1 = 1 \longmapsto n_2 = 2)$.

نأخذ الآن في الحسبان كتلة البروتون ، فأحسب في هذه الحالة مايلي:

1. أعط الطاقة الجديدة للحالة الأساسية (n=1).
2. الطول الموجي القادر على تأيين الجملة إنطلاقا من الحالة الأساسية.
3. ماهي القيمة الجديدة لخط الانتقال $(n_1 = 1 \longmapsto n_2 = 2)$.

## التمرين الثالث

نعتبر نموذج بور لذرة الهيدروجين، البروتون مثبت في المبدأ (O) لمعلم غاليلي، ثقل الإلكترون مهمل أمام قوة التجاذب الكولومبية.

1. جد العلاقة بين قطر الإلكترون $r_0$ وسرعته.
2. عبر عن الطاقة الميكانيكية $E_0$ للإلكترون بدلالة $r_0$ ، e و $\varepsilon_0$.
3. عبر عن العزم الحركي بالنسبة للمركز بدلالة r ، e ، $\varepsilon_0$ و $m_e$.

من اجل تفسير الخطوط الطيفية، نموذج بور يفرض (عزم حركي مكمم) $L_0 = n\dfrac{h}{2\pi} = n\hbar$

1. حدد نصف القطر $r_n$ للمدارات المسموحة وأثبت أن طاقة الإلكترون نستطيع كتابتها على الشكل $E_n = -\dfrac{E_0}{n^2}$.
2. قدر قيمة كل من $r_0$ و $E_0$

$$\frac{e^2}{2h\varepsilon_0 n}$$

$A^\circ = 10^{-10}\,m$

$1\,nm = 10^{-9}\,m$

$$v_1 = \frac{h}{2\pi m_e r_1} = \frac{6,62\cdot 10^{-34}}{2\times 3,14\times 9,1\cdot 10^{-31}\cdot 0,53\cdot 10^{-10}}$$

$$\boxed{V_1 = 2,18\cdot 10^{6}\ m/s}$$

$$T_1 = \frac{2\pi r_1}{V_1}$$

$$T_1 = \frac{2\pi\times 0,53\cdot 10^{-10}}{2.18\cdot 10^{6}}$$

$$\boxed{T_1 = 1,52\cdot 10^{-16}\,S}$$

طول الموجة

$$\frac{1}{\lambda} = R_u\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 109209,72\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 109209,72\left(\frac{5}{36}\right)$$

$$\boxed{\lambda = 6,59\cdot 10^{-5}\,cm} \Rightarrow \boxed{\lambda_{32} = 659\,nm}$$

$$\frac{1}{\lambda} = 109209,72\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 109209,72\left(\frac{3}{16}\right)$$

$$\boxed{\lambda = 488\,nm}$$

$$\frac{1}{\lambda} = 109209,72\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 109209,72\left(\frac{21}{100}\right)$$

$$\lambda = 436\,nm$$

$$\frac{1}{\lambda} = 109209,72\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 109209,72\left(\frac{8}{36}\right) \qquad \boxed{\lambda_{26} = 412\,nm}$$

التمرين الثاني

ثابت Rydberg

$$R_u = 273\,R_H$$

$$R_u = 273\times 109737,3$$

$$\boxed{R_u = 29958282,9\,cm^{-1}}$$

$$r_{n(H)} = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2} n^2$$

$$r_{u(H)} = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_u e^2} n^2$$

$$r_u = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi\cdot 273\, m_e e^2} n^2 \Rightarrow r_{n(u)} = \frac{r_n(H)}{273}$$

$$r_u = \frac{r_{1u}}{273} n^2 \qquad \boxed{\ \cdot 10^{-3}\,A^\circ}$$

Serie N:01

$m_e = 9,109\cdot 10^{-31}\,kg$

$e = 1,602\times 10^{-19}\,c$

$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi\cdot 10^{9}}\ Nm^2/c^2$

$r_0 = a_0 = 0,53\,A^\circ$

$R_H = 109737,3\ cm^{-1}$

$h = 6,62\cdot 10^{-34}$

$hc = 12,4\cdot 10^{3}\ eV\cdot A^\circ$

EXC N°01 — التمرين 01

$$\boxed{R_\mu = R_H \frac{m}{m_e}}$$ Rydberg ثابت ريدبرغ

$$R_u = \frac{e^4 m}{8h^2\varepsilon_0^2 c}$$

$$\boxed{\frac{1}{m} = \frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_\mu}}$$

$$m = \frac{m_e m_\mu}{m_e + m_\mu}$$

$$R_u = \frac{e^4}{8h^2\varepsilon_0^2 C}\ \frac{m_e m_u}{m_e + m_u}$$ *

$$R_u = R_H\left(\frac{m_u}{m_e + m_u}\right) = R_H\ \frac{207}{208}$$

$$\boxed{R_u = 109209.72\ cm^{-1}}$$

نصف قطر لا يتعلق بكتلة النواة
اي انه يتعلق بكتلة الجسم الذي يدور حول النواة

$$r_n = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2} n^2 \Rightarrow r_{n(H)} = a_0 n^2$$

$$r_{1(H)} = a_0 = r_{1(u)} = \boxed{0,53\,A^\circ}$$

$$m_e v\cdot r = n\hbar$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$m_e V_n r_n = n\hbar$$

$$V_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n}$$

$$r_n = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2} n^2$$

$$V_n = \frac{n\frac{h}{2\pi}}{m_e}\left(\frac{\pi m_e e^2}{h^2\varepsilon_0 n^2}\right)$$

حساب الطول الموجي $\lambda_{12}$

$$\frac{1}{\lambda_{\pi^{-1}}} = R_{\pi^{-1}}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) = R_{\pi^{-1}}\left(1 - \frac{1}{4}\right) \quad n_1 = 1,\ n_2 = 2$$

$$\frac{1}{\lambda_{12\pi^{-1}}} = \frac{3}{4} R_{\pi^{-1}} \Rightarrow \lambda_{12} = 4{,}45 \cdot 10^{-8}\,cm = 4{,}4\,A^{\circ}$$

$$R'_{\pi^{-1}} = \frac{e^4 m}{8h^3 \varepsilon_0^2 c} \quad R'_{\pi^{-1}} = \left(\frac{Z^2 m}{m_{A}}\right) R_{\pi^{-1}}$$

$$m = \frac{m_p\, m_{\pi^{-1}}}{m_p + m_{\pi^{-1}}}$$

$$R'_{\pi^{-1}} = \left(\frac{e^4}{8h^3\varepsilon_0^2 c}\right)\left(\frac{m_p\, m_\pi}{m_p + m_\pi}\right)$$

$$R'_{\pi^{-1}} = R_\pi\left(\frac{m_p}{m_p + m_\pi}\right) \Rightarrow R_{\pi^{-1}}\left(\frac{1836\, m_e}{1836 m_e + 273 m_e}\right)$$

$$R'_{\pi^{-1}} = R_{\pi^{-1}}\left(\frac{1836}{2109}\right) = 26083251{,}94\,cm^{-1}$$

$$E'_{0\pi^{-1}} = R'_{\pi^{-1}} \cdot \underbrace{hc}_{=12{,}4\times10^{-5}} = 3233{,}96\ eV$$

$$E'_1 = -\frac{E'_0(\pi^{-1})}{1} = -3233{,}96\ eV$$

2) الطول الموجي القادر على تأيين الجملة

$$\frac{1}{\lambda} = R'_{\pi^{-1}}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_\infty^2}\right) = R'_{\pi^{-1}}\left(\frac{1}{1} - 0\right)$$

$$\lambda = \frac{1}{R_{(\pi^{-1})}} = \frac{1}{26083251{,}94}$$

$$\lambda = 3{,}83 \times 10^{-8}\,cm = 3{,}83\,A^{\circ}$$

$$\frac{1}{\lambda_{12}} = R'_{\pi^{-1}}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda_{12}} = R'_{(\pi^{-1})}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda_{12}} = R'_{(\pi^{-1})}\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\lambda_{12} = \frac{4}{R'_{(\pi^{-1})} \cdot 3}$$

$$\lambda_{12} = \frac{4}{26083251{,}94 \cdot 3} = 5{,}11 \times 10^{-8}\,cm = 5{,}11\,A^{\circ}$$

$(1\,A^{\circ} \rightarrow 10^{-1}\,nm)$

$$mVr = n\hbar \Rightarrow \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$V = \frac{n\frac{h}{2\pi}}{m\, r_n}$$

$$V = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{273 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}94 \cdot 10^{-13}}$$

$$V = 5{,}60 \cdot 10^{7}\,m/s$$

3-

$$\frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi e^2 273 m_e} n^2 = r(H)$$

$r_{(H)} = a_0 n^2$

$r_{1(H)} = a_0$

$r_n(\pi^-) = \frac{a_0}{273} n^2$

$r_n(\pi^-) = r_n(H)$

$$\frac{a_0}{273} n^2 = a_0$$

$$n^2 = 273 \Rightarrow n = \sqrt{273} = \boxed{17}$$

العدد الكوانتي يقترب من أجل $n = 17$ ، $r_n = r_{(H)}$

4- حساب الطاقات

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}$$

$$E_{0(H)} = \frac{e^4 m_e}{8\varepsilon_0^2 h^2}$$

$$E_{0(\pi^{-1})} = \frac{e^4 m_{(\pi^{-1})}}{8\varepsilon_0^2 h^2} = \frac{e^4\, 273 m_e}{8\varepsilon_0^2 h^2} = 273\, E_0$$

$$E_{n(\pi^{-1})} = -\frac{E_{0(\pi^{-1})}}{n^2} = -\frac{273\, E_0}{n^2}$$

$$E_n(\pi^{-1}) = \frac{273 \cdot 13.6}{n^2}$$

$$E_1 = -273 \times 13.6 = -3712{,}8\ eV$$

$$R_A = \frac{E_{0(A)}}{hc}$$

$$R_{\pi^{-1}} = \frac{E_{0(\pi^{-1})}}{hc}$$

$$E_0(\pi^{-1}) = R_{(\pi^{-1})} hc$$

- حساب الطول الموجي

$$\frac{1}{\lambda_{\pi^{-1}}} = R_{\pi^{-1}}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad n_1 = 1,\ n_2 = \infty$$

$$\frac{1}{\lambda_{\pi^{-1}}} = R_{\pi^{-1}}\left(\frac{1}{1^2} - \cancel{0}\right)$$

$$\lambda_{(\pi^{-1})} = \frac{1}{R_{(\pi^{-1})}} = \frac{1}{29958282{,}9}$$

$$\boxed{\lambda_{(\pi^-)} = 3{,}33\,A^{\circ}}$$

2011 /2012

AMAR Boudissa





## التمرين الرابع

نعتبر نظام مرتبط يتكون من جسيمة تحمل شحنة (e-) و كتلة مساوية لكتلة البروتون ($M = 1836 m_e$)، تدور حول بروتون.

1. أحسب ثابت Rydberg لهذه الجملة، ثم عبر عنه بوحدة الإلكترون فولت (ev).
2. أحسب الطاقة بـ (ev) للجملة في الحالتين (n=1) و (n=2).
3. ماهي الأطوال الموجية بـ (A°) الضرورية لتأيين الجملة عند الحالتين (n=1) و (n=2).
4. أحسب الطول الموجي ($\lambda_\alpha$) الموافق للإرسال ($n_2 = 2 \mapsto n_1 = 1$).
5. أحسب أنصاف أقطار بور للجملة في الحالتين (n=1) و (n=2) على التوالي.
6. ماهي قيمة العدد الكوانتي (n) الذي من أجله تتواجد فيه الجملة بحيث أن نصف قطرها يكون مساويا إلى نصف قطر المدار الأول لبور في ذرة الهيدروجين.
7. أحسب السرعة بالنسبة لمركز الكتلة، عندما تتواجد الجملة في الحالتين (n=1) و (n=2) على التوالي.

Ex 04

$R_{(e)} = 1836 R_H$

$R_{ap} = \frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}$ ; $\frac{1}{m} = \frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_{ap}}$

$m = \frac{m_p m_{ap}}{m_p + m_{ap}} = \frac{m_p}{2} = \frac{1836 m_e}{2}$

$m_{ap} = M = 1836 m_e \Rightarrow m_p = 1836 m_e$

$R'_{ap} = \frac{e^4 m_p}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \frac{1}{2}$

$R'_{ap} = \frac{R_{ap}}{2} \Rightarrow \frac{1836}{2} R_H$

$R'_{ap} = 100738441,4\ cm^{-1}$

$R'$ بـ $eV$

$R'(eV) = h \cdot c\, R'(cm^{-1})$

$R'(eV) = 12,4 \cdot 10^{-5} \times 100738841.4$

$R'(eV) = 12491,61\ eV$

$hc = 12,4 \cdot 10^3\ eV\ A°$

$= 12,4 \cdot 10^{-5}\ eV\ cm$

$R'_{ap} = \frac{E_0}{hc} \Rightarrow E_0 = R_{ap} hc$

$E_0 = 100738841,4 \times 12,4 \cdot 10^3\ 10^{-8}$ — n = 1

$E_0 = 12491.61\ eV$

$E'_1 = -\frac{E_0}{1} = 12491.61$

$2\ E'_1 = -\frac{E_0}{n^2} = -1249$

$E'_2 = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{12491,61}{4} = -3122,9\ eV$ — n = 2 (3)

$E' = h\nu' \Rightarrow E'_1 = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{hc}{E'_1}$ — لحساب n = 1

$\lambda_1 = \frac{12,4 \cdot 10^3}{12491,61} = 0,99\ A°$

$\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

$\lambda_2 = \frac{hc}{E'_2} = \frac{12,4 \cdot 10^3}{3122,9} = 3,97\ A°$ — n = 2 (4)

$\Delta E = h\nu$

$E'_2 - E'_1 = h\nu = \frac{hc}{\lambda_{12}} \Rightarrow \lambda_{12} = \lambda_\alpha = \frac{hc}{E'_2 - E'_1}$

$\lambda_\alpha = \lambda_{12} = 1,32\ A°$

(5) n = 1

$r_n = \frac{h^2\varepsilon_0}{e^2 m_p \pi} n^2$

$r_n = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi e^2 m_m} \frac{m_e}{m_e} n^2$

$r_n = \left(\frac{a_0 m_e}{m_m}\right) n^2 \Rightarrow \frac{0,53}{1836} \Rightarrow r_1 = 2,88 \cdot 10^{-4}\ A°$

$r_2 = \frac{a_0}{1836}(2)^2 \Rightarrow \boxed{r_2 = 1,15 \cdot 10^{-3}\ A°}$

(6)

$r(H) = r_n(ap) \Rightarrow a_0 = \frac{a_0}{1836} n^2$

$n^2 = 1836 \Rightarrow n = \sqrt{1836} = 43 = n$

$m V_n r = n\hbar \Rightarrow \hbar = \frac{h}{2\pi}$

$V_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} \Rightarrow V_n = \left(\frac{nh}{2\pi m}\right)\left(\frac{e^2 \pi m}{n^2 \varepsilon_0 h^2}\right)$

$V_n = \frac{e^2}{2h\varepsilon_0} \frac{1}{n}$ ; $V'_n = \frac{V_n}{2} \Rightarrow V'_n = \frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{2h\varepsilon_0}\right)$

$V'_n = \frac{\alpha}{2}\frac{1}{n} = \frac{\alpha}{2} = \frac{2,8 \cdot 10^6}{2} = 1,09 \cdot 10^6$ — n = 1 — $2,18 \cdot 10^6$

$V'_2 = \frac{\alpha}{2}\frac{1}{4} = \frac{\alpha}{4} = \frac{2,18 \cdot 10^6}{4} = 0,54 \cdot 10^6$