جامعــة المسيلــة
قســم الفيزيـــاء
Physique4 (S4)

السنــة الجامعيـــة 2011/2010
المدة 1سا و 45 د.

امتحان الميكانيك الكوانتي (Mécanique Quantique)

التمرين الأول:

I. (8.5 نقطة)

جسيمة ذو كتلة m معرفة بالحالة $\psi(x,t)=Ae^{-a\left(\frac{2mx^2}{\hbar}-it\right)}$ حيث a و A ثابتين موجبين.

- نريد التحقق من علاقة هايزنبرغ انطلاقا من الحالة $\psi(x,t)$ التي عندنا.
  - أحسب A من شرط التقنين.
  - أحسب الكمون $V(x)$ الذي من أجله تحقق $\psi(x,t)$ معادلة شرودينغر.
  - أحسب $\langle x\rangle^2_\psi$ و $\langle x^2\rangle_\psi$ ثم استنتج الانحراف التربيعي Δx.
  - أحسب $\langle p\rangle^2_\psi$ و $\langle p^2\rangle_\psi$ ثم استنتج الانحراف التربيعي Δp.

استنتج مما سبق علاقة هايزنبرغ (مبدأ الشك) $\Delta x.\Delta p$. يعطى $\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\alpha x^2}dx=\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

II. (3.5 نقطة)

- تخضع الجسيمات السابقة لكمون متوسط – في بعد واحد- من الشكل:

$$v(x)=\begin{cases} v_0=2ma^2x^2 & x>0 \\ 0 & x<0 \end{cases}$$

- أكتب و حل معادلة شرودينغر في المنطقتين في الحالتين: $E<v_0,\ E>v_0$.

التمرين الثاني: (8 نقاط)

1. نعرف في فضاء الحالة ثنائي الأبعاد أساسه $\{|1\rangle,|2\rangle\}$ المؤثر σ و الذي نمثله في هذا الفضاء بمصفوفة $\sigma=\begin{pmatrix}0 & -ia\\ ia & 0\end{pmatrix}$ حيث a عدد حقيقي.
   - عرف المقدار الفيزيائي القابل للقياس.
   - هل المؤثر σ يعتبر مقدار فيزيائي قابل للقياس، عين قيمه الذاتية.
   - عن ماذا تعبر هاته القيم الذاتية.

2. ليكن لدينا الان الملحوظتين A و B ينتميان إلى فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$ حيث $[A,B]=0$ و $|\psi_1\rangle,|\psi_2\rangle$ شعاعين ذاتيين لـ A بقيمتين ذاتيتين مختلفتين ؛
   - عرف الملحوظة.
   - برهن أن العنصر المصفوفي $\langle\psi_1|B|\psi_2\rangle$ يكون معدوما دوما في هذه الحالة.
   - برهن أن الجداء السلمي لـ $\langle\psi_1|\psi_2\rangle^*=\langle\psi_2|\psi_1\rangle$.
   - أحسب المؤثر النائب لمؤثر التفاضل $\frac{d}{dx}$ ثم بين أن مؤثر الاندفاع $P=-i\hbar\frac{d}{dx}$ هو مؤثر هرميتي.

بالتوفيق