

التمرين الأول (10 نقاط):

جسيمة ذو كتلة m معرفة بالحالة

$$\psi(x,0) = A \exp\left(i \frac{p_0 x}{\hbar}\right) \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

حيث σ و A ثوابت موجبة و x_0 و $p_0 \in \mathbb{R}$.

نريد التحقق من علاقة هايزنبرغ انطلاقا الحالة $\psi(x,0)$ التي عندنا.

- احسب A من شرط التقييد.
- احسب الكمون $V(x)$ الذي من أجله تحقق $\psi(x,0)$ معادلة شرودينغر.
- احسب $\langle x \rangle_\psi$ و $\langle x^2 \rangle_\psi$ ثم استنتج Δx .
- احسب محول فوري $\varphi(k,0)$ لـ $\psi(x,0)$.
- احسب $\langle p \rangle_\psi$ و $\langle p^2 \rangle_\psi$ ثم استنتج Δp .
- استنتج علاقة هايزنبرغ (مبدأ الشك) $\Delta x \cdot \Delta p$.

يعطى $\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(- (Ax^2 + Bx + C)) dx = \sqrt{\frac{\pi}{A}} \exp\left(-C + \frac{B^2}{4A}\right)$, $A, B, C \in \mathbb{C}$

التمرين الثاني (4 نقاط):

ينتقل جسيم كتلته m على محور Ox و يخضع لكمون $v(x)$ معرف كما يلي:

$$v(x) = \begin{cases} -v_0 & x < 0 \\ v_1 & x > 0 \end{cases}$$

- اوجد معاملات الانعكاس و النفوذ في حالة $-v_0 < E < v_1$

التمرين الثالث (6 نقاط):

ليكن لدينا المؤثرين A و B ينتميان إلى فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$

1. برهن أن $(AB)^+ = B^+ A^+$ ثم بين أن $[A, B]^+ = [B^+, A^+]$.

2. احسب المؤثرات النائية لمؤثري التفاضل و الموضع X , $\frac{d}{dx}$ ثم بين أن مؤثر الاندفاع $P = -i\hbar \frac{d}{dx}$ هو مؤثر هرميتي.

3. ليكن لدينا الآن المؤثرين الهرميتين p و q المحققين للعلاقة $[q, p] = i$

• استنتج أن p و q يحققان العلاقة التالية $[pq + qp, p] = 2ip$ و $[q^2, qp] = 2iq^2$

يعطى $[AB, C] = A[B, C] + [A, C]B$