

Série N°01

Exercice N°01 :

Donner les expressions approximatives des fonctions suivantes: $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^a$, pour x au voisinage de Zéro.

Exercice N°02 :

Un système physique conservatif (pas de forces de frottement), gouverné par une énergie potentielle E_p présentant un minimum au point $x=x_{eq}$.

- 1- Développer en série de Taylor E_p au voisinage de x_{eq} . Montrer alors que ce point présente un point d'équilibre. Réécrire alors la série en tenant compte de ce résultat et en posant $\psi = x - x_{eq}$, qui représente l'élongation par rapport au point d'équilibre.
- 2- Sachant que $\psi < <$ autour du minimum de sorte qu'une convergence est satisfaisante dès le premier terme non trivial. Quelle est alors le type de la force gouvernant le mouvement du système. Trouver l'équation du mouvement. Conclusion ?

Exercice N°03 :

- 1- Développer en série de Fourier la fonction périodique suivante :

$$f(t) = \begin{cases} +1 & -\pi < t \leq 0 \\ (1/\pi)t + 1 & 0 \leq t < \pi \end{cases}$$

- 2- L'égalité est-elle toujours vérifiée ?

Exercice N°04 :

On considère les deux fonctions sinusoïdales suivantes :

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Montrer que $x = x_1 + x_2$ est aussi une fonction sinusoïdale de pulsation ω . On déduire l'amplitude A et la phase initiale φ par deux méthodes différentes (méthode algébrique, représentation de Fresnel)

Exercice N°05 :

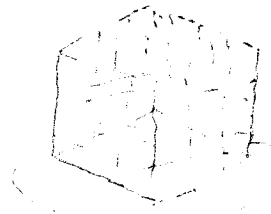
Résoudre l'équation différentielle suivante:

$$\ddot{y}(t) + 5\dot{y}(t) + 4y(t) = f(t)$$

Les conditions initiales étant : $y(0)=1$ et $\dot{y}(0)=0$ et $f(t)$ est la fonction définie dans l'Ex03 :

Req :

On ne tient compte que des trois premiers termes du développement de Fourier de $f(t)$.



التمرين الأول:

أكتب دساتير التقريب للدوال التالية : $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^\alpha$ من أجل x في جوار الصفر.

التمرين الثاني:

- نظام فيزيائي محافظ (انعدام قوى الاحتكاك) يتحرك وفق طاقة كامنة E_p لها قيمة حدية صغرى من أجل $x = x_{eq}$.
- 1- أنشر E_p على شكل سلسلة تايلور في جوار x_{eq} . بين إذن أن هذه النقطة هي نقطة توازن الجملة. أعد كتابة منشور تايلور مع الأخذ بعين الاعتبار النتيجة الأخيرة ووضع $\psi = x - x_{eq}$ والتي تمثل الاستطالة بالنسبة لنقطة التوازن x_{eq} .
 - 2- علما أن $\psi \ll 1$ حول النهاية الحدية الصغرى x_{eq} بحيث أن تقارب السلسلة محقق من أجل الحد الأول (غير البديهي)، ما هي إذن طبيعة القوة التي تؤثر على هذا النظام؟
 - 3- جد المعادلة التفاضلية للحركة. النتيجة؟

$$x_{eq} = 0$$

$$x_{eq} = 0$$

تمرين ثالث:

1- أنشر دالة متتالية على شكل سلسلة فورييه:

$$-1 \leq t \leq 1 \quad -\pi < t \leq \pi$$

$$f(t) =$$

$$(i-1)\pi n + 1 \quad 0 \leq t < \pi$$

2- هل المساواة محققة دوماً؟

التمرين الرابع:

لدينا الدالتين الجيبيتين التاليتين:

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$x_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

بين أن المجموع $x = x_1 + x_2$ دالة جيبية أيضا لها نفس النبض ω . أستنتج الطويلة والصفحة الابتدائية A و ϕ على التوالي لـ x بطريقتين مختلفتين: طريقة جبرية وتمثيل فريزل.

التمرين الخامس:

من أجل الشروط الابتدائية $y(0)=1$ و $\dot{y}(0)=0$ حل المعادلة التفاضلية التالية:

$$\ddot{y}(t) + 5\dot{y}(t) + 4y(t) = f(t)$$

حيث أن $f(t)$ دالة معرفة في التمرين الثالث.

ملاحظة:

لا نأخذ بعين الاعتبار إلا الحدود الثلاثة الأولى في سلسلة فورييه لـ $f(t)$.