

EMD

Année 2008/2009

Analyse complexe

Durée (01:30)

Exercice 1 : (7.5pts)

A- Soit $f(z) = u(x, y) + i v(x, y)$ une fonction analytique. En donne $u(x, y) = xy$, déterminer:

- 1- $v(x, y)$ (compte tenu de la condition supplémentaire $v(0,0) = 0$) (1.5pts)
- 2- $f(z)$ en fonction de z . (1.5pts)

B- Calculer l'intégrale : $I = \int_C 2if(z)dz$ prise le long des lignes qui relient les points $z_1 = 0$ et $z_2 = 1 + i$:

- 1- Suivant la courbe $y = x^2$. (1.5pts)
- 2- Suivant la ligne polygonale (z_1, z_3, z_2) , où $z_3 = i$. (1.5pts)
- 3- Suivant une droite. (1.5pts)

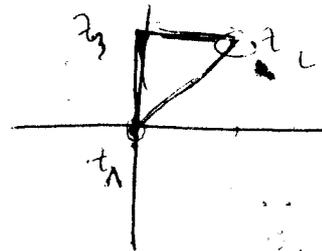
Exercice 2 : (12.5pts)

A- Calculer les intégrales suivantes :

1- $I = \oint_{|z|=2} \frac{dz}{z^3(z+4)}$ (1.5pts)

2- $I = \oint_{|z+2|=3} \frac{dz}{z^3(z+4)}$ (1.5pts)

3- $I = \oint_{|z+2|=1} \frac{dz}{z^3(z+4)}$ (1.5pts)



B- Montrer que :

1- $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{2 - \cos\theta}} = 2\pi$ (2.5pts)

2- $\int_0^\pi \frac{d\theta}{a - b \cos\theta} = \frac{\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}}$, avec : $a > b > 0$. (2.5pts)

3- $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 + 1} dx = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$ (3pts)