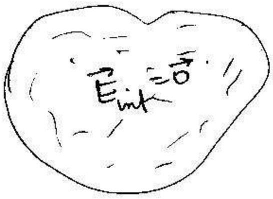
1. Définition d'un conducteur : Un conducteur est un corps à l'intérieur duquel les charges libres peuvent se déplacer sous l'action d'un champ électrique quelque soit son intensité.

Un conducteur est dit en équilibre si toutes ses charges sont immobiles, ce qui revient à dire que les charges intérieures ne sont soumises à aucune force ($\vec{F}_{int}=\vec{0}$).

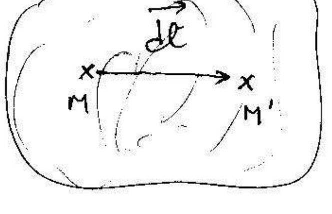
2. Propriétés des conducteurs en équilibre

- Le champ élect. est nul à l'int d'un cond. en éq :

$\vec{F}=\vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{int}=q\cdot\vec{E}_{int} \Rightarrow \vec{E}_{int}=\vec{0}$.



- Le conducteur en éq. constitue un volume équipotentiel



$dV_{int}=-\vec{E}_{int}\cdot\vec{dl}$

$\vec{E}_{int}=\vec{0} \Rightarrow dV_{int}=0$

$\Rightarrow V_{int}=Cste \Rightarrow V(M)=V(M')$

Comme le potentiel est le même (Cst) en tous les pts, du conducteur la surface externe est une surface équipotentielle.

- La charge est nulle en toute région <u>interne</u> au conducteur (la charge est localisée à la surface) :

Nous avons $\vec{E}_{int} = \vec{0}$

d'après le th. de Gauss : $\oiint_S \vec{E}_{int} \cdot \vec{n}\, ds = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i$

$\Rightarrow \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i = 0 \Rightarrow \sum_i q_i = 0.$

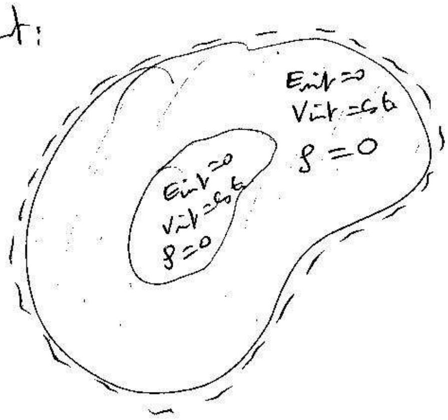
Comme l'on sait qu'il existe des charges positives (protons) à l'interieur d'un conducteur, il faut supposer aussi qu'il existe le même nbr de charges négatives (électrons) à l'intérieur de façon que : $\sum_i q_i = 0$.

On dit que l'interieur du conducteur en équilibre est composé d'atomes neutres.

En réalité les charges se répartissent uniquement sur la surface du conducteur

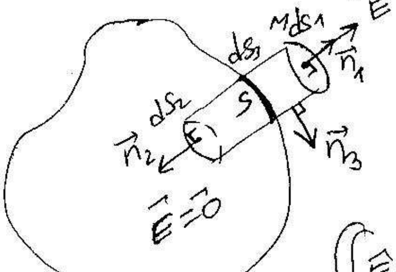
les même propriétés sont aussi valable pour un Conducteur <u>Creux</u> :

experimentalement :



- Le champ est nul dans le conducteur et la ~~cavité~~ cavité qui constituent un même volume équipotentiel.
- les charges sont localisées à la surface <u>externe</u> du conducteur.

3. Champ au voisinage immédiat d'un conduct.



th. de Gauss :

$$\oiint_{S_g} \vec{E}\cdot\vec{n}\cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$$

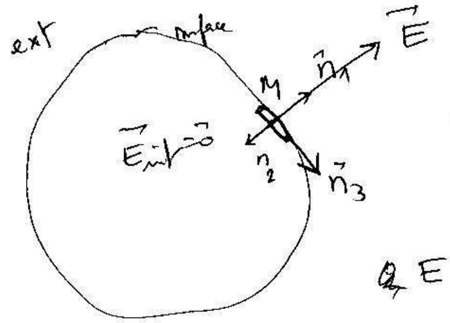
$$\iint_{S_1} \vec{E}\cdot\vec{n}_1\, dS_1 + \iint_{S_2} \underbrace{\vec{E}\cdot\vec{n}_2}_{\substack{= 0 \\ \vec{E}_{int}=0}} dS_2 + \iint_{S_3} \underbrace{\vec{E}\cdot\vec{n}_3}_{\substack{= 0 \\ \vec{E}\perp\vec{n}_3}} dS_3 = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$$

$$E \times S_1 = \frac{1}{\varepsilon_0} \Sigma q_i \quad , \quad \Sigma q_i = \sigma S$$

$$S_1 = S_2 = S$$

$$E \times \cancel{S} = \frac{\sigma \times \cancel{S}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

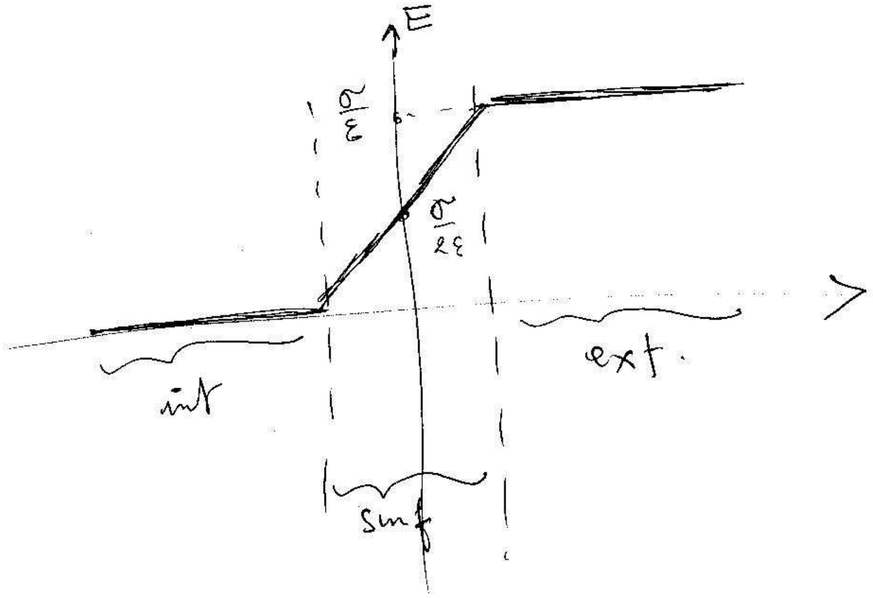
4• Champ à la surface d'un conducteur.



$$\iint_{S_1} \vec{E}\cdot\vec{n}_1\, dS_1 + \iint_{S_2} \vec{E}\cdot\vec{n}_2\, dS_2 + \overbrace{\iint \vec{E}\cdot\vec{n}_3\, dS_3}^{0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i$$

$$E S_1 + E S_2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \sigma S.$$

$$S_1 = S_2 = S \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$



5. Pression électrostatique

Les charges à la surface d'un conducteurs sont soumises à des forces répulsives de la part des autres charges.

La pression électrostatique peut se calculer, en utilisant la relation suivante :

$$P = \frac{F}{S}$$

$F \to$ Force

$P \to$ Pression

$S \to$ Surface ou section

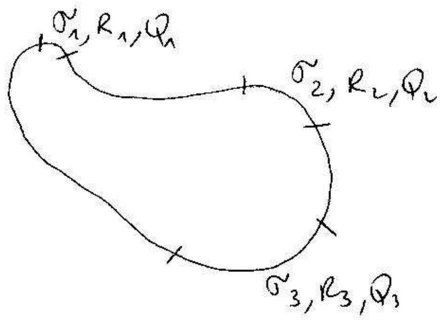
à la surface $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

$F = q \cdot E = \dfrac{q\,\sigma}{2\varepsilon_0}$. $\quad q = \sigma \cdot S$

$F = \dfrac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0}$. d'où $\boxed{P = \dfrac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}}$.

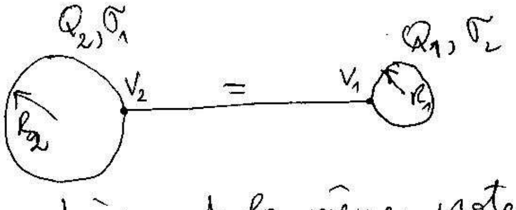
6. Pouvoir des pointes

L'expérience a montré que la répartition des charges à la surface d'un conducteur ne correspondait pas à une densité superficielle constante ($\sigma \neq cste$).
Les charges ont tendance à s'accumuler sur les parties de la surface à faible rayon de courbure.



$$R_1 < R_2 < R_3 \overset{?}{\Leftrightarrow} \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

<u>dim</u>: soit un conducteur formé de deux sphères R_1 et R_2 portant les charges Q_1 et Q_2 respectivement.



Les deux sphères ont le même potentiel ($V_1 = V_2$).

$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} \quad , \quad V_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$\frac{Q_1}{\cancel{4\pi\varepsilon_0} R_1} = \frac{Q_2}{\cancel{4\pi\varepsilon_0} R_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} \Rightarrow \frac{\sigma_1 S_1}{R_1} = \frac{\sigma_2 S_2}{R_2}$$

$$\frac{\sigma_1 \cancel{4\pi} R_1^2}{\cancel{R_1}} = \frac{\sigma_2 \cancel{4\pi} R_2^2}{\cancel{R_2}} \Rightarrow \sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1} \; ; R_1 < R_2 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} > 1 \quad \Rightarrow \sigma_1 > \sigma_2 \quad \text{CQFD}$$

7. Capacité propre d'1 Conducteur isolé (seul ds l'espace)

Si nous avons n charges $q_1, q_2, \dots, q_n$ produisaient respectivement n champs $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ auxquels correspondaient n potentiels $V_1, V_2, \dots, V_n$.

Ces charges lorsqu'elles sont ensemble produisent un champ :

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \implies V = \sum_{i=1}^{n} V_i$$

Dans le cas d'une charge q isolée ds l'espace ; il en résulte un potentiel V proportionnel à cette charge

$$\boxed{q = CV}$$

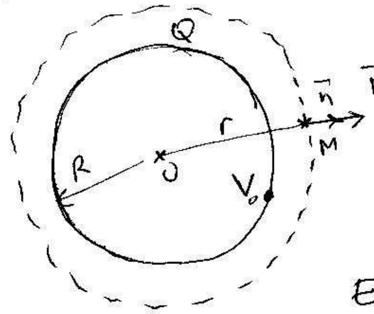
La constante de proportionnalité C est appelée Capacité propre du conducteur.

$$C = \frac{q}{V} \qquad [C] = \frac{\text{Coulomb}}{\text{volt}} = \text{Farad (F)}$$

$1\,\mu F = 10^{-6}\,F$
$1\,nF = 10^{-9}\,F$

$1\,pF = 10^{-12}\,F.$

<u>Exemple</u>: Calcul de la capacité propre d'un conducteur sphérique de rayon R.



$$\oiint_{S_g} \vec{E}\cdot\vec{n}\,dS_g = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$$

$$E \times S_g = \frac{1}{\varepsilon_0}\, Q$$

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\, Q$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$dV = -E\,dr \Rightarrow \int_{V_0}^{\infty} dV = -\int_R^{\infty} E\,dr$$

$$\underbrace{V(\infty)}_{=0} - V_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_R^{\infty} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$V_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 R}$$

La capacité de la terre est $C = 4\pi\varepsilon \times 6400 \times 1000$

$$\boxed{C = 710\,\mu F}$$

8. Energie interne d'un conducteur chargé isolé dans l'espace.

Soit C la capacité propre du conducteur, Q sa charge et V son potentiel dans l'état d'équilibre.

Son énergie interne est mesurée par le travail qu'il faut fournir pour charger le conducteur.

soit :

$$dE_p = V\,dq$$

pour toute la charge Q.

$$E_p = \int_0^Q V\,dq \quad \Rightarrow V = \frac{q}{C}$$

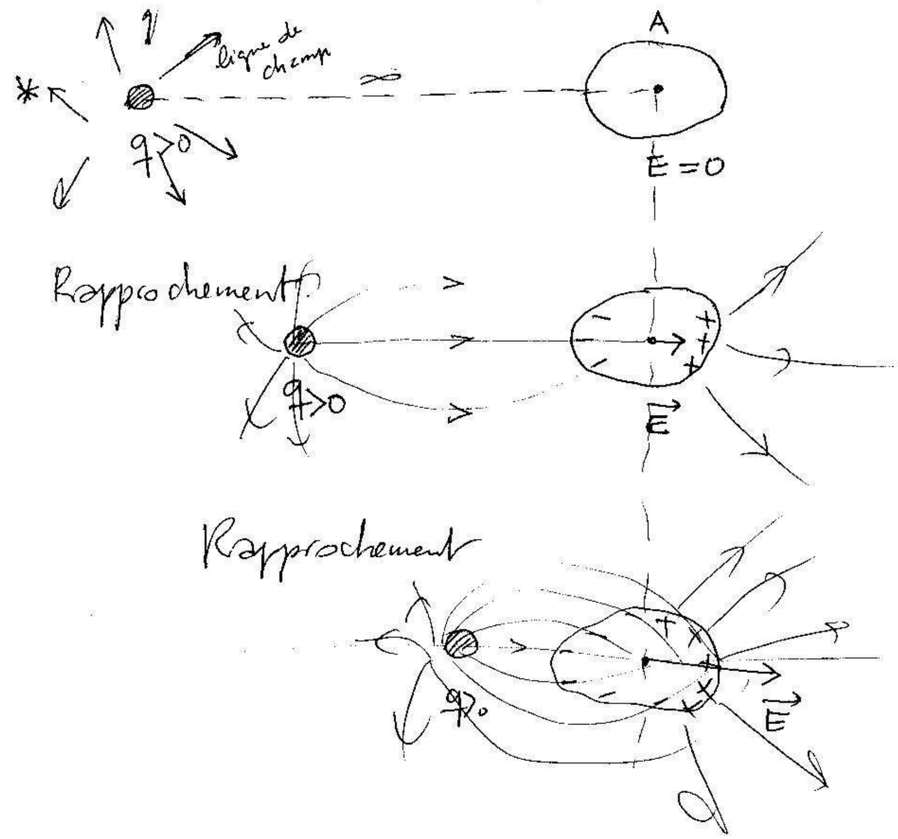
$$E_p = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{1}{2C}Q^2.$$

pour $Q = CV$, nous avons les différents expressions de cette énergie

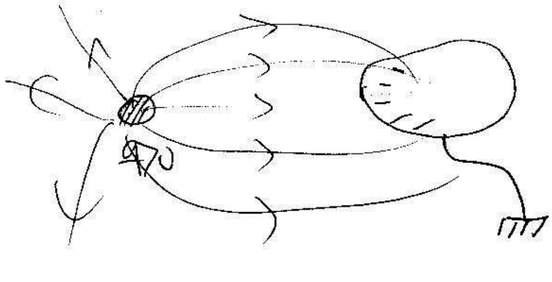
$$E_p = \frac{1}{2C}Q^2 = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV.$$

9. Phénomènes d'influence entre conducteurs chargés

• Influence d'un conducteur neutre isolé : les figures ci-dessous montrent l'influence croissante d'une charge positive sur un conducteur A, neutre et isolé.

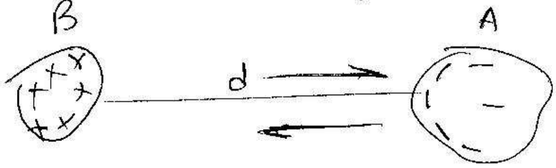


· Si le conducteur A est maintenu à un potentiel cst (nul par exemple en reliant le conducteur au sol).

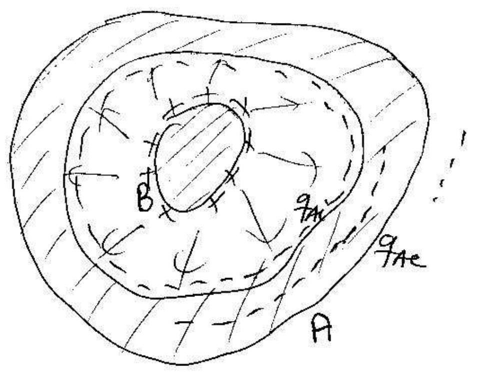


le sol et le conducteur forment alors un conducteur unique et les charges positives qui devraient apparaître sur le conducteur A sont repoussées dans le sol et plus aucune ligne de champ ne quitte A.

• Influence mutuelle (en retour) : En réalité, la charge q influençante se répartit sur un conducteur B. Il se produit alors une influence en retour de A sur B.



• Influence totale : Un cas particulier et intéressant où A entoure complètement B



q_B : charge de B,
q_{Ai} : charge de la surf interne de A,
q_{Ae} : charge de la surf externe de A.

toutes les lignes de champ partant de B aboutissent à A.

Par application du Th. de Gauss dans A, on obtient:

$$\oiint_{S_G} \vec{E}_{int} \cdot \vec{n}\, dS_G = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i = \frac{1}{\varepsilon_0} (q_B + q_{Ai})$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{int} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{q_{Ai} = -q_B}$$

- Si A est ~~isolé~~ et neutre initialement:

par application de la loi de conservation de la charge électrique sur A, on obtient

$$q_{Ai} = -q_B \ (\text{Gauss})$$

$$\cancel{Q} = q_{Ai} + q_{Ae} + \cancel{q_B}.$$

$$\Rightarrow q_{Ae} = -q_{Ai} \Rightarrow \boxed{q_{Ae} = +q_B}$$

- Si A est isolé et portait initialement une charge Q_0:

Par application de la loi de conservation de la charge sur A, on obtient:

$$q_{Ai} = -q_B \ (\text{Gauss}).$$

$$Q_0 = q_{Ai} + q_{Ae}$$

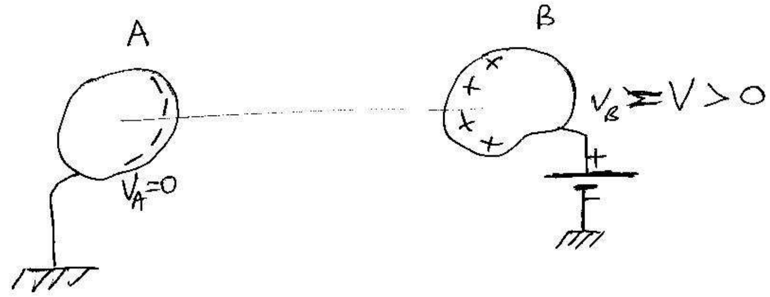
$$\Rightarrow q_{Ae} = -q_{Ai} + Q_0$$

$$\boxed{q_{Ae} = q_B + Q_0}$$

10. Les condensateurs :

Soit un conducteur B de capacité C est maintenu à un potentiel V est ($V > 0$ par exp.). Il porte donc une charge : $Q = CV$.

Approchons de B un conducteur A maintenu à un potentiel V est ($V = 0$ par exp.).

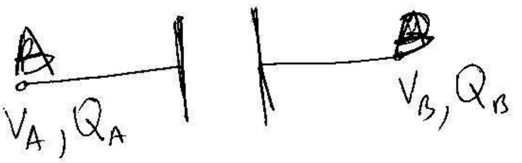


B influence A sur lequel apparaissent des charges négatives, ces charges négatives influencent à leur tour le conducteur B, sur lequel de nouvelles charges positives apparaissent etc...

Ainsi, à l'équilibre, du fait de la présence de A, le conducteur B porte plus de charges que lorsqu'il était seul.

On dit, qu'il y a eu condensation de l'électricité sur B et sa capacité a augmenté.

L'ensemble A et B forme un CONDENSATEUR représenté shématiquement par :



$|Q_A| = |Q_B| = Q$: la charge du condensateur.

la capacité du condensateur est :

$$C = \frac{Q}{|V_A - V_B|}$$

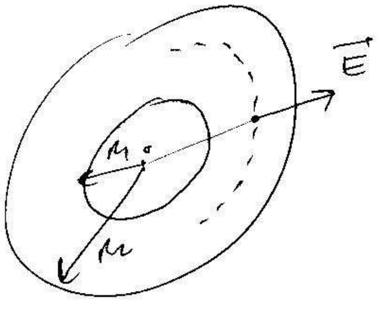
• <u>Calcul de la capacité d'un conducteur</u>

<u>Méthode :</u> 1/ calculer le champ en tout pt à l'intérieur du condensateur

2/ En déduire la DDP entre les conducteurs

3/ Effectuer : $C = \frac{Q}{V}$.

Exemple : Condensateur sphérique de rayons R_1 et R_2 $(R_1 < R_2)$.



$$\left\{\begin{array}{l} \displaystyle\oiint_{S_1} \vec{E}\cdot\vec{n}\, dS_1 = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{int} \\ dV = -E\, dr \end{array}\right.$$

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

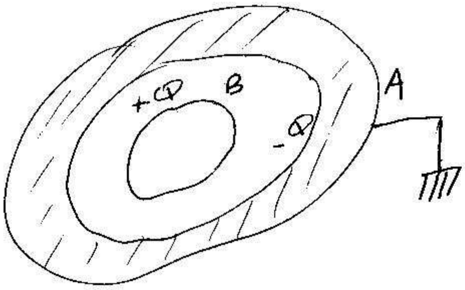
$$\int_{V_A}^{V_B} dV = -\int_{R_1}^{R_2} E\, dr \Rightarrow V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

d'où $\boxed{C = \dfrac{Q}{|V_A - V_B|} = 4\pi\varepsilon_0 \dfrac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$

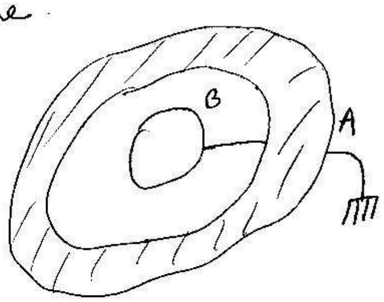
- Energie Électrique d'un condensateur

Déf: C'est l'énergie que l'on récupère lorsque l'on court-circuite les armatures du condensateur après l'avoir isolé de la source.

Soit un condensateur dont une armature A est reliée au sol.



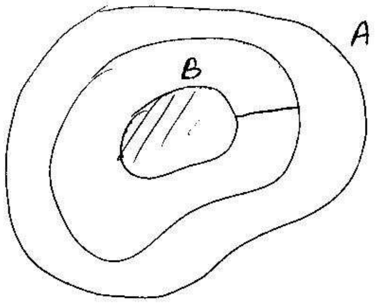
Court-circuiter A et B revient à décharger le conducteur B dans la terre.



L'énergie correspondante est :

$$E_p = \frac{1}{2} Q V_b$$

Si A n'est pas relié au sol :



Le court-circuit de A et B fait passer la charge du conducteur B (potentiel variable de V_B à V_A) au conducteur A.

$$E_p = \int_{V_B}^{V_A} V\,dq$$

$$V = V_B - V_A \quad \text{et} \quad q = C\,(V_B - V_A)$$

au cours de la décharge, la charge q_{AE} restant la même, le potentiel V_A reste constant.

$$q = C(V_B - V_A) \Rightarrow dq = C\,dV_B - C\,\underbrace{dV_A}_{=0} = C\,dV_B$$

$$E_p = \int_{V_B}^{V_A} (V_B - V_A)\,C\,dV_B = C\int_{V_B}^{V_A}(V_B - V_A)\,dV_B$$

posons $V_B - V_A = T \Rightarrow dV_B = dT$

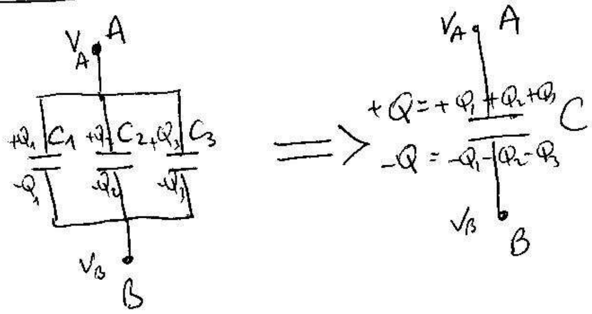
$$E_p = C\int T\,dT = \frac{1}{2}C\,[T^2] = \frac{1}{2}C\,\left[(V_B - V_A)^2\right]_{V_B}^{V_A}$$

$$E_p = \frac{1}{2}C\left[\cancel{(V_A - V_A)}^2 - (V_B - V_A)^2\right] \Rightarrow \boxed{E_p = \frac{1}{2}C\,(V_A - V_B)^2}$$

• Associations de condensateurs

Pour des raisons pratiques (un condensateur ne peut supporter entre ses armatures une ddp supérieure à une certaine valeur appelée ddp explosive) on parvient à emmagasiner le plus d'énergie possible en faisant appel à des groupements de plusieurs condensateurs.

– Association parallèle :



$V_1 = V_A - V_B = \frac{Q_1}{C_1}$, $V_2 = V_A - V_B = \frac{Q_2}{C_2}$, $V_3 = V_A - V_B = \frac{Q_3}{C_3}$

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$$V_A - V_B = \frac{Q}{C}$$

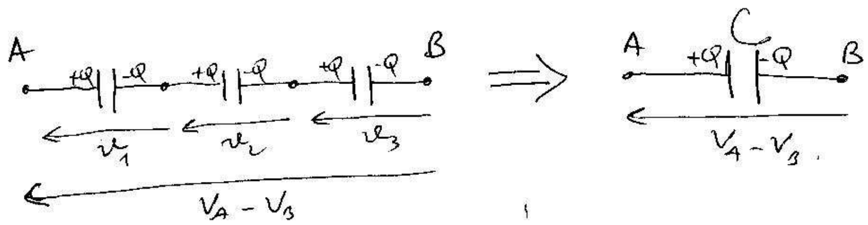
$$C\,\cancel{(V_A - V_B)} = C_1\cancel{(V_A - V_B)} + C_2\cancel{(V_A - V_B)} + C_3\cancel{(V_A - V_B)}$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

cette situation peut être généralisée à n condensateurs en parallèles :

$$\boxed{C = \sum_{i=1}^{n} C_i = C_1 + C_2 + \cdots + C_n}$$

- Association en série :



$$V_A - V_B = v_1 + v_2 + v_3 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

$$V_A - V_B = \frac{Q}{C}$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

On peut généraliser pour le cas de n condensateurs en série :

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}}$$

Exemple : Calcul du capacité équivalente entre A et B