Université Djillali Liabès de Sidi-Bel-Abbès.
Faculté des Sciences de l'Ingénieur.
2ème Année L.M.D-Sciences & Techniques.

Semestre-3
Chapitre N*4.
T.D. N*4.

# La Transformée De Fourier.

**Exercice 1**

1. Trouver la transformée de Fourier de la fonction :

$$f(x) = 1 - x \text{ si } |x| < 1 \text{ et } f(x) = 0 \text{ ailleurs.}$$

2. Ecrire la formule inverse.
3. En déduire la valeur des intégrales :

$$A = \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x}\, dx \quad \text{et} \quad B = \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin t}{t}\right)^2 dt.$$

**Exercice 2**

1. Trouver la transformée de Fourier de la fonction $f(x) = |x|e^{-|x|}$.
2. En déduire la transformée de Fourier de la fonction : $h(x) = |x|e^{-\gamma|x|}$, où $\gamma > 0$.
3. En déduire la transformée de Fourier de la fonction : $g(x) = \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$.

**Exercice 3**

1. Trouver la transformée de Fourier de la fonction

$$f(x) = 1 + |x| \text{ si } |x| < 1 \text{ et } f(x) = 0 \text{ ailleurs.}$$

2. En déduire la valeur des intégrales :

$$I = \int_0^{\infty} \frac{2\alpha\sin\alpha + \cos\alpha - 1}{\alpha^2}\, d\alpha,$$

$$J = \int_0^{\infty} \frac{2\alpha\sin\alpha + \cos\alpha - 1}{\alpha^2}\cos(p\alpha)\, d\alpha \quad \text{et} \quad K = \int_0^{\infty} \left(\frac{2\alpha\sin\alpha + \cos\alpha - 1}{\alpha^2}\right)^2 d\alpha.$$

**Exercice 4** Trouver la transformée-sinus de Fourier de la fonction suivante :

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{si } \; 0 < x < \pi \\ 0 & \text{si } \; x > \pi. \end{cases}$$

Donner les intégrales qui résultent de la formule inverse et l'égalité de Parseval.

**Exercice 5** Résoudre l'équation intégrale :

$$\int_0^{\infty} f(x)\cos\alpha x\, dx = \begin{cases} \sin\alpha & \text{si } \; 0 \leqslant \alpha \leqslant \pi \\ 0 & \text{si } \; \alpha > \pi. \end{cases}$$

**Exercice 6** On donne $\mathscr{F}\left(e^{-x^2/2}\right)(\alpha) = e^{-\alpha^2/2}$.

1. Déterminer la transformée de Fourier de $g(x) = e^{-ax^2}$ où $a > 0$.

Peut-on trouver une fonction $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que ; $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} h(x-u)h(u)\, du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\, e^{-x^2}$?





Mr Amroun