www.HDstudy.do.am | Un site web spécial pour SM ; Sciences de la matière
Cours, TD, TP, Examens, Livres et plus | 1ère, 2ème et 3ème année

Université Djillali Liabès de Sidi-Bel-Abbès.
Faculté des Sciences de l'Ingénieur.
2 ème Année L.M.D. Sciences & Techniques.

TD. N° 2 Séries Numériques.

Exercice 1

Soient les deux suites (u_n) et (v_n), on suppose que pour tout n dans $\mathbb{N}$, $u_n = v_{n+1} - v_n$.

1. Montrer que la suite (v_n) et la série $\left(\sum u_n\right)$ sont de même nature.
2. *Application :* Montrer que les séries suivantes sont convergentes et calculer leurs sommes.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Log}\left(1+\frac{1}{n^2+2n}\right), \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2+(1-2i)n-1-i}\ .$$

Exercice 2

Trouver la nature de la série qui a pour terme général, ($k > 0$ et α réel, donnés).

1. $u_n = \dfrac{(n!)^2}{(2n)!}$,
2. $u_n = \dfrac{(n!)^2}{2^{n^2}}$,
3. $u_n = \dfrac{\operatorname{ch} n}{e^{2n}}$,
4. $u_n = n^7 e^{-\sqrt{n}}$,
5. $u_n = \sqrt{\dfrac{n^3+n}{n^5-n}}$,
6. $u_n = \dfrac{n!}{n^{2+n}}$,
7. $u_n = \operatorname{Log}\left(\dfrac{2+n^\alpha}{1+n^\alpha}\right)$,
8. $u_n = \left(\dfrac{n}{n+1}\right)^{n^2}$,
9. $u_n = \sin\left(1+\dfrac{1}{\operatorname{Log} n}\right)$,
10. $u_n = k^{\operatorname{Log} n}$,
11. $u_n = \dfrac{n^\alpha+1}{n^k \operatorname{Log}^5(n^3+1)}$,
12. $u_n = n \operatorname{Log}\left(1+\dfrac{1}{n}\right) - 1 + \dfrac{1}{2n}$,
13. $u_n = \operatorname{Arctg}(n^\alpha)$,
14. $u_n = \dfrac{1.5.9\cdots(4n+1)}{2.4.6\cdots(2n)}$,
15. $u_n = \dfrac{n!}{(1/2+1)(1/2+2)\cdots(1/2+n)}$,
16. $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n^2+1}$,
17. $u_n = \operatorname{Log}\left(1+\dfrac{(-1)^n}{n}\right)$,
18. $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n+(-1)^n}$,
19. $u_n = \dfrac{\sqrt{n^2-1}-n}{\cos n\pi}$,
20. $u_n = (-1)^n \dfrac{\sin(n^2)}{2^n+1}$,
21. $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n-\operatorname{Log} n}$,
22. $u_n = \dfrac{(-1)^n}{(m^2+\pi^2)^n}$,
23. $u_n = (-1)^n n^\alpha$,
24. $u_n = \dfrac{\sin^k n}{n^2+\operatorname{Log} n}$,
25. $u_n = (-1)^n 2^{-\operatorname{Log} n}$,
26. $u_n = \dfrac{\sin^n n}{(n^2+n+1)\operatorname{Log}^n n}$,
27. $u_n = (-1)^n \operatorname{Log}\left(1+\dfrac{(-1)^n}{n}\right)$.
28. $a > 0,\ b > 0\ \ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{2n} = a^n b^n$ et $u_{2n+1} = a^{n+1} b^n$. En cas de convergence calculer sa somme.