

~ (Equations différentielles du 1<sup>er</sup> ordre) ~

**Exercice 1:** Intégrer les équations différentielles suivantes :

1-  $\sin \theta \cos \varphi d\theta - \sin \varphi \cos \theta d\varphi = 0$

2-  $\sqrt{1-x^2} dy - \sqrt{1-y^2} dx = 0$

**Exercice 2:** Intégrer les équations homogènes suivantes :

1  $(x+y)y' = x-y$

2  $(y-x)dx + (y+x)dy = 0 \implies$

3  $(x^2 - y^2)y' = xy$

4  $(x-y)dy = (x+y)dx \implies \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$  suppose  $\mu = \frac{y}{x} \implies y = \mu x$

5  $(2y-x)y' = 2x+y$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x + \mu x}{x - \mu x} = \mu + x \frac{d\mu}{dx}$

**Exercice 3:** Intégrer les différentielles exactes suivantes :

1  $(x^2 + y)dx + (x - 2y)dy = 0$

2  $\left[ \frac{y^2}{(x-y)^2} - \frac{1}{x} \right] dx + \left[ \frac{1}{y} - \frac{x^2}{(x-y)^2} \right] dy = 0$

3  $ydx - (x + y^2)dy = 0$

$\mu + x \frac{d\mu}{dx} = \frac{x + \mu x}{x - \mu x}$

$x \frac{d\mu}{dx} = \frac{1 + \mu}{1 - \mu} - \mu$

$x \frac{d\mu}{dx} = \frac{1 + \mu - \mu(1 - \mu)}{1 - \mu}$

$x \frac{d\mu}{dx} = \frac{1 - \mu^2}{1 - \mu}$

$dx \frac{d\mu}{dx} = \frac{1 - \mu^2}{1 - \mu} dx$

**Exercice 4:** Intégrer les équations différentielles suivantes :

1  $y' + xy = x^3 y^3$

2  $(1-x^2)y' - xy - axy^2 = 0$

3  $3y^2 y' - ay^3 - x - 1 = 0$

**Exercice 5:** Intégrer les équations de Lagrange suivantes :

1  $y = 2xy' + (y')^2$

2  $y = x(1+y') + (y')^2$

$\int \frac{1 - \mu}{1 - \mu^2} d\mu = \int \frac{dx}{x}$

**Exercice 6:** Intégrer les équations de Clairaut suivantes :

1  $y = xy' + y' - (y')^2$

2  $y = xy' + \frac{1}{y'}$

$\int \frac{1}{1 - \mu} d\mu = \int \frac{1}{1 - \mu^2} d\mu$