

Université de M'sila  
Faculté des sciences et sciences de l'ingénieur  
Département de Physique

09/02/2010

**Examen de Math3**

**Exercice 1: (5pts)**

a) Trouver la nature de  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^3}$  en utilisant le critère de comparaison.

b) Quelle est la nature de  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{\pi n+1}{2n+2}\right)$

c) Trouver la nature de  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^4 e^{-n^2}$

d) Trouver la nature de  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{4n^3 - 2}$

**Exercice 2: (5pts)**

Démontrer que la série de fonction de terme général suivant:

$$f_n(x) = \begin{cases} x^{2^n} \ln x & \text{pour } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{pour } x = 0, x = 1 \end{cases}$$

N'est pas convergente uniformément pour  $0 < x < 1$

**Exercice 3: (5pts)**

Calculer  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n}{n^2 - 1} x^n$  si cette somme existe.

**Exercice 4: (5pts)**

Intégrer les équations différentielles suivantes :

1-  $y' = xy' + \sin y$

2-  $y dx - (x + y^2) dy = 0$

$x = \cos t$   
 $y = \sin t$   
 $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos t}{-\sin t} = -\cot t$   
 $y = x^2 + \sin C$

$q = 2x^2$   
 $r = 0 = \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} - \frac{dy}{dx} - \frac{y^2}{x} = 0$

Bonne chance  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \frac{y^2}{x}$   
 $20 \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \frac{y^2}{x}$