Université de M.sila

Faculté des sciences

Domaine SM

Module : Physique1 (SM)

2011/2012

T.D. N° 1 : Rappel mathématique (calcul vectoriel)

Exercice 1

1- Représenter les points suivants dans le repère cartésien :

$M_1(1,1,0)$, $M_2(0,3,2)$, $M_3(2,0,1)$, $M_4(2,1,1)$, $M_5(2,1,-2)$, $M_6(-1,-2,3)$, $M_7(1,-3,2)$, $M_8(-2,-3,-3)$.

2- Déterminer les vecteurs dont :

- l'origine (-1,4,1) et l'extrémité (3,2,3).
- l'origine (2,1,-1) et l'extrémité (3,2,4).

Quelle est la distance séparant l'origine de l'extrémité pour chaque vecteur ?

3- Dans le plan XOY, représenter le vecteur de longueur (module) 2 qui forme un angle de 135° avec l'axe OX et de 45° avec l'axe OY.

4- Le point A a pour coordonnées (-4, 2, -3) dans le repère $(O, \vec i, \vec j, \vec k)$.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (2, 1, 5) dans la base $(O, \vec i, \vec j, \vec k)$.

Quelles sont les coordonnées du point B ?

Exercice 2

Soit les vecteurs $\vec A$ et $\vec B$:

$$\vec A = -2\vec i + \vec j + 3\vec k \qquad ; \qquad \vec B = 2\vec i - \vec j + \vec k$$

1- Calculer leurs modules.

2- Trouver le vecteur unitaire pour chaque vecteur.

3- Calculer les cosinus directeurs pour chaque vecteur.

4- Calculer $\vec A + \vec B$ et $\vec A - \vec B$.

5- Calculer: $\vec A . \vec B$ et $\vec A \wedge \vec B$.

6- Trouver l'angle entre $\vec A$ et $\vec B$.

7- Soit le vecteur $\vec C = x\vec i + \vec j - z\vec k$; trouver x et z pour chaque cas : $(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)$

a- $\vec{C}$ *parallèle à* $\vec{A}$, b- $\vec{C}$ *perpendiculaire à* ($\vec{A}$ *et* $\vec{B}$) en même temps.

Exercice 3

Démontrer l'égalité suivante: $\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \vec{B}.(\vec{A}.\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}.\vec{B})$

Exercice 4

Trouver l'expression de la surface du triangle ABC.

A(1,0,0), B(0,1,0) et C(0,0,1).

Exercice 5

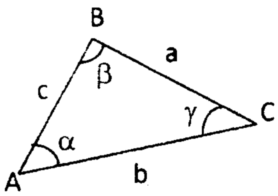
Trouver l'expression du volume d'un parallélépipède de côtés $\vec{A}$, $\vec{B}$ et $\vec{C}$.

$$\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j} \quad , \quad \vec{B} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \quad , \quad \vec{C} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$$

Exercice 6

Démontrer en utilisant les propriétés du produit vectoriel que dans un triangle ABC (voir la figure) on a :

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$



Exercice 7

1- Soit $\vec{A} = 3t\vec{i} - (t^2 - t)\vec{j} - (t^3 - 2t^2)\vec{k}$

Calculer $\frac{d\vec{A}(t)}{dt}$ et $\frac{d^2\vec{A}(t)}{dt^2}$, appliquer pour t=2.

2 - Soit $\vec{B} = e^{-wt}\vec{i} + \sin wt\,\vec{j} + \cos wt\,\vec{k}$ (w est constant)

Calculer $\frac{d\vec{B}(t)}{dt}$ et $\frac{d^2\vec{B}(t)}{dt^2}$

Exercice 8

Soit : $\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

1- Vérifier si $\left\|\frac{d\vec{V}}{dt}\right\| = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}$

2- Montrer que $\frac{d\vec{V}}{dt}$ est perpendiculaire à $\vec{V}$. 3- Montrer que $\vec{V}.\frac{d\vec{V}}{dt} = \|\vec{V}\|.\frac{d\|\vec{V}\|}{dt}$