

Université de M'sila

Faculté des sciences

Tronc commun sciences de la matière

Année 2011/2012

MATH1

Série d'exercices N°04

EX1 : Trouver $\operatorname{Re} z$ et $\operatorname{Im} z$ dans les cas suivants :

$$z = \frac{1}{1-i}, \quad z = \left(\frac{1-i}{1+i} \right)^2, \quad z = \frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}$$

EX2 : Trouver $\arg z$ et $|z|$ dans les cas suivants :

$$z = i, \quad z = -3, \quad z = 1 + i^{123}, \quad z = (-4 + 3i)^3$$

EX3 : Représenter graphiquement les points suivants :

$$\operatorname{Re} z > 0, \quad \operatorname{Im} z \leq 1, \quad |\operatorname{Re} z| < 1, \quad |\operatorname{Im} z| < 1, \quad 0 < \operatorname{Re} z < 2, \quad |z| \leq 1$$

EX04 : Soit l'application $f : \mathbb{C} \setminus \{-i, i\} \rightarrow \mathbb{C}$ définie par :

$$f(z) = \frac{z}{1+z^2}$$

1. Montrer que f est surjective. $\checkmark$
2. L'application f est-elle injective. $\checkmark$
3. Déterminer l'image de $\mathbb{R}$ par l'application de f .

EX05 : Soit l'application $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ définie par :

$$f(z) = \frac{z}{1+|z|}$$

1. Démontrer que, si $f(z) = f(z')$, alors $|z| = |z'|$. En déduire que f est injective.

2. on note $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$

Montrer que $f(\mathbb{C}) \subset D$, f est elle une bijection

EX6: Trouvez les racines 4'èmes de $z^4 = i$ dans $\mathbb{C}$.