Université de M'sila
 Faculté des sciences
 Tronc commun sciences de la matière
 Année 2011/2012

Math 1 ; Série n 03

EX01 : Soit $\mathcal{R}$ une relation symétrique et transitive sur un ensemble E . Trouver l'erreur dans le raisonnement suivant :

$\mathcal{R}$ étant symétrique $x\mathcal{R}y \Rightarrow y\mathcal{R}x$; et comme $\mathcal{R}$ étant transitive ($x\mathcal{R}y$ et $y\mathcal{R}x$) $\Rightarrow x\mathcal{R}x$.

On en déduit que $\mathcal{R}$ est réflexive.

EX02 . Soient X un ensemble et $A \in \mathcal{P}(X)$. On définit sur $\mathcal{P}(X)$ la relation $\mathcal{R}$ par pour $E, F \in \mathcal{P}(X)$: $E\mathcal{R}F \Leftrightarrow E \cap A = F \cap A$.

Montrer que $\mathcal{R}$ est relation d'équivalence. Donner la classe de Φ et celle de X .

EX03 : On définit dans $\mathbb{N}^2$ la relation $\mathcal{S}$ par

$$(x, y)\mathcal{S}(x', y') \Leftrightarrow x + y' = x' + y.$$

Montrer que $\mathcal{S}$ est une relation d'équivalence.

EX04 : On définit dans $\mathbb{Z}$ la relation $\mathcal{S}$ par $p\mathcal{S}q \Leftrightarrow p - q$ est paire.

Montrer que $\mathcal{S}$ est une relation d'équivalence.

Trouver $\bar{0}$ et $\bar{1}$. Puis $\mathbb{Z}/\mathcal{S}$.

EX05 : On définit dans $\mathbb{R}^2$ la relation $\leq$ par : $(x, y) \leq (x', y') \Leftrightarrow x \leq x'$ et $y \leq y'$.

Montrer que $\leq$ est une relation d'ordre. Est elle totale.