Université de M'sila

Faculté des sciences et sciences de l'ingénieur

Filière sciences de la matière

Examen final-le17/02/ 2009

EX01(5pts) : 1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $|z^n| = |z|^n$.

2) Soit l'application $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ définie par : $f(z) = \frac{z^3}{1+|z^3|}$

a) Montrer que si $f(z) = f(z')$, alors $|z^3| = |z'^3|$ et $|z| = |z'|$

b) f est-elle injective?

EX02(4pts) : a) Calculer la limite suivante : $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{y}{e^x}\right)^{e^x}$, $y > 0$

b) En utilisant le théorème des accroissements finis montrer que

$$\forall x \in \mathbb{R};\ |\sin x| \leq |x| \ .$$

EX03(6pts)1)Trouver le D.L. d'ordre 03 au voisinage de $x_0 = 0$ des fonction $f_1(x) = \cos x$, $f_2(x) = Arc\sin x$

2) par la division euclidienne donner le D.L. d'ordre 03 au voisinage de $x_0 = 0$ de la fonction $g(x) = \frac{Arc\sin x}{\cos x}$

3) déduire la limite suivante $\lim_{x \to 0} \frac{Arc\sin x}{\cos x - 1}$

EX04(5pts) : 1) Soit l'espace vectociel suivant :

$$\mathcal{A}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ ,telle que } f \text{ est une application}\}$$

Montrer que l'ensemble $\mathcal{P}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, telle que f est paire$\}$est une sous espace vectoriel de $\mathcal{A}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

2) Est-ce-que l'ensemble $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x.y.z = 0\}$ est une sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

Bonne chance Prof. N. Ferahtia

www.HDstudy.do.am | Un site web spécial pour SM ; Sciences de la matière
Cours, TD, TP, Examens, Livres et plus | 1ère, 2ème et 3ème année

جامعة محمد بوضياف بالمسيلة — 2009/02/17
قسم الجذع المشترك (S.M.) — المدة : ساعة ونصف

الإمتحان السداسي الأول في مقياس MATH01

التمرين الأول(5 ن).

1) برهن أن : $\forall n \in N^* ; |Z^n| = |z|^n \quad , \quad z \in c$

2) ليكن التطبيق $f: c \to c$ المعرف بـ: $f(z) = \dfrac{z^3}{1+|z^3|}$

a) برهن أنه إذا كان $f(z) = f(z')$ فإن $|z^3| = |z'^3|$ و $|z| = |z'|$

b) هل f متباين ؟

التمرين الثاني(4 ن).

a) أحسب النهاية الآتية : $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{y}{e^x}\right)^{e^x} , y > 0$

b) باستعمال نظرية التزايدات المنتهية برهن أن :

$\forall x \in \Re \quad ; \quad |\sin(x)| \le |x|$

التمرين الثالث(6 ن).

1) أوجد النشر المحدود من الرتبة (03) في جوار $x_0 = 0$ للدوال : $f_1(x) = \cos(x)$ ،

$f_2(x) = Arc\sin(x)$

2) باستعمال القسمة الإقليدية أوجد النشر المحدود من الرتبة (03) في جوار $x_0 = 0$ للدالة

$g(x) = \dfrac{Arc\sin(x)}{\cos(x)}$.

3) استنتج النهاية الآتية : $\lim_{x \to 0} \dfrac{Arc\sin(x)}{\cos(x) - 1}$.

التمرين الرابع(5 ن).

1) ليكن الفضاء الشعاعي الآتي :

$A(\Re,\Re) = \{f : \Re \to \Re\}$ بحيث f عبارة عن تطبيق .

برهن أن المجموعة $P(\Re,\Re) = \{f : \Re \to \Re\}$ بحيث f دالة زوجية ، هي فضاء شعاعي جزئي من $A(\Re,\Re)$.

2) هل المجموعة $B = \{(x,y,z) \in \Re^3 / x.y.z = 0\}$ هي فضاء شعاعي جزئي من $\Re^3$.

بالتوفيق

الأستاذ: ن. فراحتية

www.HDstudy.do.am | Un site web spécial pour SM ; Sciences de la matière
Cours, TD, TP, Examens, Livres et plus | 1ère, 2ème et 3ème année