**Université de M'sila** **M'sila le :05/02/2008**

**L.M.D.(S.T.)** **Durée :$1^h$ : 30**

# Examen final : Février 2008

**Exercice01 :(3pts)**

Soit l'application $f : \mathbb{C}/\{-i, i\} \to \mathbb{C}$ définie par : $f(z) = \frac{z}{1+z^2}$

1) Montrer que $f$ est surjective , est elle injective ?

**Exercice02 :(3pts)**

Soit la fonction $f$ définie par :

$$f(x) = \begin{cases} e^x & si \quad x < 0 \\ ax^2 + bx + c & si \quad x \geq 0 \end{cases} \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Déterminer $a$ , $b$ , $c$ pour que : **1)** $f$ soit continue.**2)** $f'$ soit continue.

**Exercice03 :(7pts)** Soit $f(x) = x\log(1+x)$

1) Trouver le D.L. d'ordre 3 au voisinage de $x_0 = 0$ de la fonction $f$ .

~~2) Trouver le D.L. d'ordre 3 au voisinage de $x_0 = 0$ de la fonction $\cos(x)$.~~

3) Déduire par la division Euclidienne en puissance croissante de $x$ le D.L. d'ordre 3 au voisinage de $x_0 = 0$ de la fonction $g(x) = \frac{x\log(1+x)}{\cos(x)}$.

4) Calculer la limite suivante $\lim_{x\to 0} \frac{x\log(1+x)}{\cos(x)}$ .

**Exercice04 :(5pts)** Soit $f \in L(E, F)$. $E$ , $F$ deux espaces vectoriels .

1) Montrer que $Ker(f)$ est un sous espace vectoriel de $E$ .

2) Soit $f \in L(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$.définie par : $T(x, y, z) = (x + 2y - z, y + z, x + y - 2z)$.

Trouver une base et déduire la dimension de $Ker(T)$ , $\mathrm{Im}(T)$ .

**Exercice05 :(2pts)** Qu'elle est le théorème utiliser dans la démonstration que les fonctions : $\sin(x)$ , $\cos(x)$ , $tg(x)$ *et* $\cot g(x)$ possèdent des fonctions réciproques .

**(Citez le texte du théorème) .**

Bonne chance **prof. A. Taiba**



www.HDstudy.do.am | Un site web spécial pour SM ; Sciences de la matière
Cours, TD, TP, Examens, Livres et plus | 1ère, 2ème et 3ème année

جامعة محمد بوضياف بالمسيلة
قسم الجذع المشترك

2008/02/05
المدة : ساعة ونصف

## الإمتحان السداسي الأول في مقياس MATH01

### التمرين الأول(3ن).

ليكن التطبيق $f : c/\{-i,i\} \longrightarrow c$ المعرف بـ: $f(z) = \frac{z}{1+z^2}$

1) برهن أن f غامر ، هل هو متباين ؟

### التمرين الثاني(3ن).

ليكن التطبيق f بحيث: $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si} \quad x < 0 \\ ax^2 + bx + c & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$ . $a,b,c \in \Re$

أوجد a,b,c بحيث يكون لدينا : 1) f مستمرة 2) $f^1$ مستمرة

### التمرين الثالث(7 ن).

لتكن الدالة f حيث $f(x) = x\log(1+x)$

1) أوجد النشر المحدود للدالة f من الرتبة (03) في جوار $x_0 = 0$

2) أوجد النشر المحدود من الرتبة (03) في جوار $x_0 = 0$ للدالة cos(x) .

3) إستنتج بالقسمة الإقليدية حسب القوى المتصاعدة لـx النشر المحدود من الرتبة (03) في جوار $x_0 = 0$ للدالة $g(x) = \frac{x\log(1+x)}{\cos(x)}$ .

4) أحسب النهاية الآتية $\lim_{x \longrightarrow 0} \frac{x\log(1+x)}{\cos(x)}$

### التمرين الرابع(5 ن).

ليكن $f \in L(E,F)$ . E ، F فضائين شعاعيين

1) برهن أن Ker(f) فضاء شعاعي جزئي من E .

2) ليكن $T \in L(\Re^3,\Re^3)$ المعرف بـ: $T(x,y,z) = (x+2y-z, y+z, x+y-2z)$

أوجد أساس وبعد Ker(T) ، Im(T) .

### التمرين الخامس(2 ن).

ماهي النظرية التي تستعمل في البرهان على أن الدوال : sin(x) ، cos(x) ، tg(x) ، cotg(x) تملك دوال عكسية .

( أذكر نص النظرية)

بالتوفيق

الأستاذ: ع. طيايبة

ملاحظة : الإجابة تجب أن تكون باللغة الفرنسية . ويسمح للطالب باستعمال بعض المصطلحات بالعربية للضرورة فقط .

Théorème

démonstration

البرهان

www.HDstudy.do.am | Un site web spécial pour SM ; Sciences de la matière
Cours, TD, TP, Examens, Livres et plus | 1ère, 2ème et 3ème année