

Corrigé des exercices du cours n° 5

Exercice 1.

1^{er} principe : $\Delta U_{\text{cycle}} = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = 0 \Leftrightarrow W_{\text{cycle}} = -Q_{\text{cycle}}$. Or $W_{\text{cycle}} < 0$ (cycle moteur) $\Rightarrow Q_{\text{cycle}} > 0$ (1)

2nd principe : cycle T_{ext} -monotherme : $\Delta S_{\text{cycle}} - Q_{\text{cycle}}/T_{\text{ext}} \geq 0 \Rightarrow 0 - Q_{\text{cycle}}/T_{\text{ext}} \geq 0 \Rightarrow Q_{\text{cycle}} \leq 0$ (2)

(1) et (2) $\Rightarrow$ absurdité $\Rightarrow$ impossibilité de fonctionnement

Exercice 2.

1.

compression 1 $\rightarrow$ 2 isotherme $\Rightarrow \Delta U_{12} = 0$ or $\Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12}$ (1^{er} principe) $\Rightarrow Q_{12} = -W_{12}$ or $\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{\delta Q_{12\text{rév}}}{T}$ d'où

$\Delta S_{12} = - \int_1^2 \frac{\delta W_{12\text{rév}}}{T_{\text{ext}}} = - \frac{1}{T_{\text{ext}}} \int_1^2 \delta W_{12\text{rév}} = - \frac{1}{T_{\text{ext}}} W_{12}$ (quasi réversibilité : on peut toujours imaginer un extérieur en quasi équilibre avec le système) or $W_{12} = n.R.T_{\text{ext}} \ln(V_1/V_2)$ (voir exercices 1 et 2 du cours n° 2), d'où $\Delta S_{12} = -n.R \ln(V_1/V_2)$ et puisque $V_1/V_2 = P_2/P_1$ (car $P.V = C^{\text{te}}$) on a : $\Delta S_{12} = -n.R \ln(P_2/P_1) (< 0 \text{ car } P_1 < P_2)$.

=

2.

$$S_{\text{froide}} = \frac{Q_{12}}{T_{\text{ext}}} \text{ car air = thermostat} \Rightarrow S_{\text{froide}} = -n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

3.

$S_{\text{froide}} = \Delta S_{12} \Rightarrow$ l'entropie perdue par le gaz est entièrement gagnée par la source froide $\Rightarrow$ la transformation est donc réversible. On peut ici remarquer que pour une transfo 1-2 réversible $\Delta S_{12} - Q_{12}/T_{\text{ext}} = 0$.

Exercice 3.

1.

1^{er} principe : $\Delta U = W_{\text{brusq}} + Q_{\text{brusq}} \Leftrightarrow$ or les températures initiale et finale du gaz sont identiques donc $\Delta U = 0$, c'est-à-dire $0 = W_{\text{brusq}} + Q_{\text{brusq}} \Rightarrow Q_{\text{brusq}} = -W_{\text{brusq}}$

On a $W_{\text{brusq}} = \int_{V_1}^{V_2} -P_{\text{ext}}.dV = \int_{V_1}^{V_2} -P_2.dV = -P_2 \cdot \int_{V_1}^{V_2} dV = P_2 \cdot (V_1 - V_2) = P_2 \cdot V_2 \left(\frac{V_1}{V_2} - 1 \right)$. Or $V_1/V_2 = P_2/P_1$ (car $P_1 V_1 = P_2 V_2$)

$= n.R.T_{\text{ext}} = C^{\text{te}}$ (attention : on n'a pas pour autant $PV = nRT_{\text{ext}}$ car la transformation n'est pas isotherme, seuls les états initial et final sont à température identique). Ainsi $W_{\text{brusq}} = P_2 \cdot V_2 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right) = nR \cdot T_{\text{ext}} \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$ d'où

$$Q_{\text{brusq}} = -nR.T_{\text{ext}} \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$$

2.

$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{rév}}}{T}$ sur un chemin réversible menant de 1 à 2. Le plus simple des chemins réversibles est l'isotherme où $T =$

T_{ext} , et sur un tel chemin on a $\delta Q_{\text{rév}} = -\delta W_{\text{rév}} = PdV$ or $PV = nRT$, donc $P = \frac{nRT}{V}$ et donc $PdV = \frac{nRT}{V} dV$, ainsi

$$\frac{\delta Q_{\text{rév}}}{T} = - \frac{\delta W_{\text{rév}}}{T} = \frac{nR}{V} \cdot \frac{dV}{V} = nR \frac{dV}{V} \text{ d'où } \int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{rév}}}{T} = \int_1^2 nR \frac{dV}{V} = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nR \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \text{ car } P_1 V_1 = P_2 V_2 = C^{\text{te}}$$

(isotherme), ainsi : $\Delta S = nR \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) < 0 \text{ car } P_2 > P_1$

3.

$$S_{\text{froide}} = \frac{Q_{\text{brusq}}}{T_{\text{ext}}} \text{ car air = thermostat, d'où } S_{\text{froide}} = -nR \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$$

4.

on a $\Delta S \neq S_{\text{froide}} \Rightarrow$ la transformation n'est pas réversible. Remarquer que $0 > \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) > -\left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right)$ et donc que $0 > \Delta S > S_{\text{froide}}$ (le 2nd principe est bien vérifié)

Exercice 4.

1.

Attention : modifier tout de suite les unités des variables de façon à se retrouver avec les unités du système international : $m = 100 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $C = 0,46 \cdot 10^3 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $T_1 = 7 + 273 \approx 280 \text{ K}$ et $T_2 = 77 + 273 \approx 350 \text{ K}$

$\Delta S_{\text{fer}} = \int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{stat}}}{T}$: pour calculer ΔS_{fer} il faut donc tout simplement trouver une transformation réversible ou quasi réversible (simple de préférence) qui amène le morceau de fer de l'état 1 (P, V, T_2) à l'état 2 (P, V, T_1) : le volume et la pression initiale et finale du morceau de fer ne sont pas indiqués, cela suppose que leur influence est négligeable sur le résultat. Comme de toute façon on a affaire à un solide on a en gros $C_p \approx C_v \triangleq C$: on peut donc dire que l'on est passé de l'état 1 à l'état 2 par une transfo quasi réversible isochore ou isobare (ce qui est équivalent puisque $C_p \approx C_v = C$) et donc que l'on a $\delta Q_{\text{rév}} = m \cdot C \cdot dT$, d'où $\Delta S_{\text{fer}} = \int_1^2 m \cdot C \cdot \frac{dT}{T} = mC \times \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{T}$ d'où $\Delta S_{\text{fer}} = mC \times \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \approx$

$$100 \cdot 10^{-3} \times 0,46 \cdot 10^3 \times \ln\left(\frac{280}{350}\right) \approx -10,3 \text{ J/K}$$

$\Rightarrow$ le fer a perdu de l'entropie : l'agitation de ses molécules est plus faible, on se rapproche plus vers la structure cristalline de la matière (ordonnancement très rigoureux des atomes en réseau) : il y a moins de "désordre" atomique (rappelons qu'une augmentation d'entropie peut s'interpréter comme un "désordre" atomique plus important du système considéré).

2.

$\frac{Q_{\text{fer}}}{T_1} = \frac{mC(T_2 - T_1)}{T_1}$, et puisque $\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \neq \frac{(T_2 - T_1)}{T_1}$ on a $\Delta S_{\text{fer}} \neq S_{\text{eau}} \Rightarrow$ transformation non réversible (on s'en doutait puisque la température de l'eau n'est pas constamment égale à celle du fer)

3.

le second principe de la thermodynamique appliqué à ce système indique que $\Delta S_{\text{fer}} - \frac{Q_{\text{fer}}}{T_1} \geq 0$ or $\Delta S_{\text{fer}} \leq 0$, et donc pour que l'inégalité soit possible on a nécessairement $Q_{\text{fer}} \leq 0$: le fer perd de la chaleur (on dit que la chaleur va toujours spontanément d'un corps chaud vers un corps froid).

Exercice 5

1.

$W_{A+B} = 0$ et $Q_{A+B} = 0$ puisque le système n'échange pas d'énergie (thermique ou mécanique) avec l'extérieur, or $W_{A+B} =$ car les morceaux ne se déforment pas, d'où $Q_{A+B} = 0$. Or $Q_{A+B} = Q_A + Q_B$ et donc on a bien

$$Q_A = -Q_B$$

2.

$Q_A = m_1.C_1.(T_f - T_1)$ et $Q_B = m_2.C_2.(T_f - T_2)$, or $Q_A = -Q_B$, d'où $m_1.C_1.(T_f - T_1) = -m_2.C_2.(T_f - T_2)$, on en déduit que

$$T_f = \frac{m_1.C_1.T_1 + m_2.C_2.T_2}{m_1.C_1 + m_2.C_2} \approx \frac{100.10^{-3} \times 460 \times (0 + 273) + 100.10^{-3} \times 385 \times (100 + 273)}{100.10^{-3} \times 460 + 100.10^{-3} \times 385} \approx 318,5 \text{ K } (\approx 45,5 \text{ } ^\circ\text{C})$$

C'est le métal qui possède la plus forte capacité thermique (à masses égales) qui "tire" vers lui la température finale de l'ensemble. Avec 2 morceaux de métal identiques on aurait eu $T_f = 50,0 \text{ } ^\circ\text{C}$! Noter que si la capacité thermique d'un des 2 corps est infinie, il "tire" complètement à lui la température finale, égale à sa propre température: c'est un thermostat.

3.

Vu ce qu'on a dit avant il vaut mieux prendre de l'aluminium car sa capacité thermique est plus élevée : sa température va moins varier ($\approx$ température ambiante) que celle du morceau de zinc...bien sûr c'est plus cher que le zinc !!! Noter que les dissipateurs thermiques sont souvent de...l'aluminium justement.

4.

$\Delta S_B = \int_{T_2}^{T_f} \frac{\delta Q_{\text{stat}}}{T} = \int_{T_2}^{T_f} \frac{m_2 \times C_2 \times dT}{T} = m_2 \times C_2 \times \int_{T_2}^{T_f} \frac{dT}{T}$ en considérant que C_2 reste constante lorsque la température de B varie (ce qui est une bonne approximation de la réalité si l'on considère que l'on a une plage de variation de $54,5 \text{ } ^\circ\text{C}$ seulement), ainsi $\Delta S_B = m_2 \times C_2 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \approx 100.10^{-3} \times 385 \times \ln\left(\frac{318,5}{273}\right) \approx -6,07 \text{ J/K}$: il y a perte d'entropie (le système B "s'ordonne")

5.

Il suffit de calculer ΔS_{A+B} et voir que $\Delta S_{A+B} \neq 0$ (> 0 pour être plus précis) car A+B est isolé.

$\Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B \Rightarrow$ il faut calculer ΔS_A

De même qu'à la question 4 on démontre que l'on a $\Delta S_A = m_1 \times C_1 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right)$, d'où

$$\Delta S_{A+B} = m_1 \times C_1 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + m_2 \times C_2 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \approx 100.10^{-3} \times 460 \times \ln\left(\frac{318,5}{273}\right) + 100.10^{-3} \times 385 \times \ln\left(\frac{318,5}{273}\right) \approx 1,01 \text{ J/K}$$

On a donc la transformation qui est irréversible...on s'en doutait !

Exercice 6.

1.

la température finale de l'aluminium est celle de l'air ambiant ! $T_f = T_2 \approx 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ ainsi $\Delta S_A = \int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{stat}}}{T} = \int_1^2 \frac{m.C.dT}{T} \Leftrightarrow$

$$\Delta S_A = m.C \times \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) \approx 100.10^{-3} \times 896 \times \ln\left(\frac{20 + 273}{10 + 273}\right) \approx 3,11 \text{ J/K}$$

3.

$\Delta S_B = \frac{Q_B}{T_2}$ car B est un thermostat, or $Q_B = -Q_A$ (système supposé isolé si rien ne nous indique le contraire)

$$\Rightarrow \Delta S_B = -\frac{Q_A}{T_2}. \text{ Or } Q_A = m.C.(T_f - T_1) \text{ et donc } \Delta S_B = -\frac{m.C.(T_f - T_1)}{T_2} \approx -\frac{100.10^{-3} \times 896 \times (293 - 283)}{293} \approx -3,06 \text{ J/K}$$

4.

$\Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B \approx 3,11 - 3,06 \approx 53,4 \text{ mJ/K}$: on observe toujours une augmentation d'entropie pour un système isolé.

$\Delta S_{A+B} \neq 0$ pour un système isolé $\Rightarrow$ transformation non réversible